

$$M_{\rm BH, sd} = 5 \times 10^5 M_{\odot}; M_{\rm halo, thr} = 5 \times 10^{10} M_{\odot}$$